

# RECIPROCITEIT IN BOUWAKOESTIEK EN LAWAAIBEHEERSING

## PRINCIPE EN TOEPASSINGEN

Het begrip reciprociteit is erg ruim en vindt daarom toepassingen in een grote waaier van domeinen. Vooral in gekoppelde domeinen zoals de elektro-akoestiek of de elektro-mechanica wordt het principe veelvuldig gebruikt. Onze interesse gaat uit naar mogelijke toepassingen van de theorie in de bouwakoestiek en de lawaai-beheersing, waar vooral de akoestische en vibro-akoestische reciprociteitsprincipes van belang zijn.

Zoals Lord Rayleigh in zijn boek *The Theory of Sound* uit 1877 al aangaf, is het thema reciprociteit zo ruim en algemeen dat het voor velen nogal vaag lijkt. Daarom is het doel van deze tekst om aan de hand van een aantal voorbeelden de lezers te overtuigen van de toepassingsmogelijkheden voor zowel de bouwakoestiek als op vlak van lawaai-beheersing.



Nathalie Geebelen,  
Cauberg-Huygen  
Raadgevende Ingenieurs  
B.V., Maastricht

### PRINCIPE VAN RECIPROCITEIT

#### Basisprincipes

In zijn meest algemene vorm ziet de reciprociteitstelling er als volgt uit:

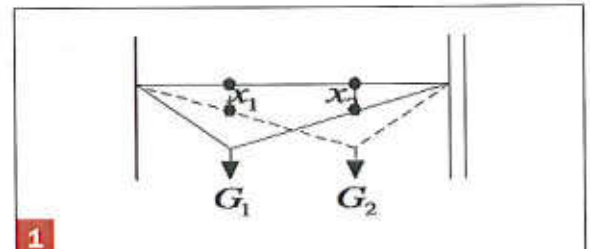
$$\left( \frac{v_1}{F_2} \right)_{F_1=0} = \left( \frac{v_2}{F_1} \right)_{F_2=0} \quad (1)$$

Als een puntkracht  $F_1$ , aangrijpend in een punt  $P_1$ , in een punt  $P_2$  een snelheid  $v_2$  veroorzaakt, dan zal deze zelfde kracht  $F_2 = F_1$  in het punt  $P_1$  een snelheid  $v_1 = v_2$  veroorzaken. Of nog: de verhouding van de exciterende kracht en de resulterende snelheid blijft gelijk wanneer de punten van excitatie en observatie worden omgewisseld, in de veronderstelling tenminste dat de richting waarin de kracht werkt dezelfde is als de richting waarin de snelheid in het andere geval gemeten wordt. Een tweede voorwaarde is dat we te maken hebben met een lineair systeem. De normale akoestische problemen vallen alle binnen het domein van de lineaire akoestiek, zodat deze laatste voorwaarde geen probleem vormt [1]. Bovenstaande vorm van reciprociteit wordt teruggevonden en uitgewerkt in Lord Rayleigh's versie van 1877 van *The Theory of Sound*, maar dit principe werd ook al vroeger toegepast in de statica. In de statische vorm van de stelling worden de snelheden vervangen door verplaatsingen zodat:

$$\left( \frac{x_1}{G_2} \right)_{G_1=0} = \left( \frac{x_2}{G_1} \right)_{G_2=0} \quad (2)$$

Bovenstaande gelijkheid kan gemakkelijk ingezien worden als we een elastisch systeem in stabiel evenwicht beschouwen, zoals het gespannen koord in figuur 1.

De voorwaarde waaronder de stelling mag worden toegepast is dat de verplaatsingen klein genoeg blijven opdat de wet van Hooke van toepassing is [2].



1 Reciprociteit in het statische geval

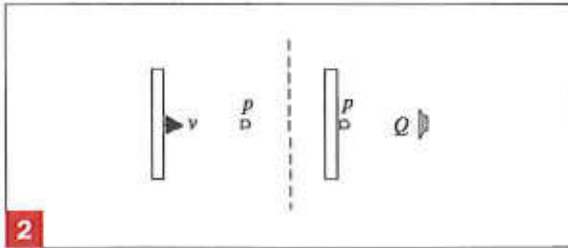
#### Bouwakoestische reciprociteit

Een homogeen fluïdum (bijvoorbeeld lucht) in rust gedraagt zich als een lineair elastisch medium ten opzichte van kleine verstoringen, vandaar dat akoestische reciprociteit in dezelfde vorm gegoten kan worden als hoger beschreven, alleen moet de puntkracht  $F$  nu vervangen worden door de volumesnelheid  $Q$  van een akoestische puntbron (monopool) en de snelheid  $v$  door de geluiddruk  $p$  [3]:

$$\left( \frac{p_1}{Q_2} \right)_{Q_1=0} = \left( \frac{p_2}{Q_1} \right)_{Q_2=0} \quad (3)$$

Wanneer het fluïdum omgeven wordt door een lineair elastisch materiaal kan bovenstaande relatie verder uitgebreid worden. De geluidbron kan dan vervangen worden door een klein stukje van het omgevende materiaal dat trilt en dus geluid afstraalt. M.a.w. de geluidafstraling van een structuur kan m.b.v. het akoestisch reciprociteitsprincipe bepaald worden door het aanstralen van een structuur met een geluidveld en het meten van de geluiddruk  $p$  vlak voor de structuur [4]. Dit wordt verduidelijkt in figuur 2.

Bovenstaande toepassing heeft echter een beperking. Enkel in het frequentiedomein boven de coïncidentiefrequentie van de structuur geldt dat de afstraalfactor  $\sigma = 1$ , zodat de afstraalefficiëntie ten gevolge van geluidexcitatie dezelfde is als ten gevolge



2 Principe van vibro-akoestische reciprociteit

van puntexcitatie. Het omschreven principe is daarom ook enkel in dit frequentiedomein geldig. Onder de coïncidentiefrequentie is een correctie nodig voor de afstraalefficiëntie. Lyamschev heeft aangetoond dat de relatie (3) eveneens geldig blijft wanneer er één of meerdere lineair elastische structuren aanwezig zijn in het fluïdum [2].

Het basisprincipe van reciprociteit (1) geldt voor koppels van krachten en snelheden. Op basis hiervan kan ook een relatie afgeleid worden tussen de geluidafstraling van een structuur (aangedreven door een puntkracht) en de trillingen van dezelfde structuur wanneer deze wordt geëxciteerd door een reverbererend geluidveld [5]. Beschouw daarvoor een gesloten reverbererende ruimte (diffuus veld). Eén deel van de omgevende oppervlakte bestaat uit de te onderzoeken structuur. Een ander deel bestaat uit een buigslappe wand.

Wanneer een kracht  $F_1$  aangrijpt in een punt  $P_1$  van de te onderzoeken structuur, zal deze de structuur aan het trillen brengen. Dit heeft als gevolg dat deze structuur geluid zal afstralen naar de reverbererende ruimte. Het afgestraald geluidvermogen is evenredig met het tijdsgemiddelde van het kwadraat van de bewegingssnelheid, gemiddeld over de afstralende oppervlakte en dus ook met het kwadraat van de aangelegde kracht:

$$W = \alpha F_1^2 \quad (4)$$

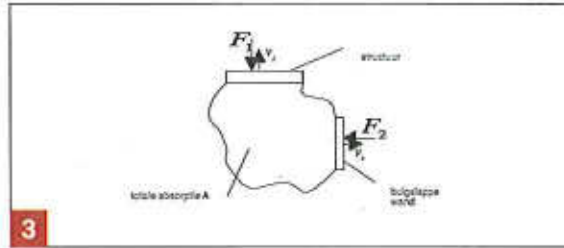
$\alpha$  kan beschouwd worden als een maat voor de afstraling van de structuur. Een geluidvermogen  $W$  in een reverbererende ruimte veroorzaakt een geluiddruk:

$$P_{eff}^2 = W \frac{4\rho c}{A} \quad (5)$$

met  $\rho c$  de karakteristieke impedantie van het fluïdum in de ruimte. Het dynamische evenwicht van de buigslappe wand bepaalt de snelheid van een punt  $P_2$  op deze wand:

$$v_2^2 = \frac{2P_{eff}^2}{\omega^2 m^{*2}} = \frac{8\rho c \alpha F_1^2}{\omega^2 m^{*2} A} \quad (6)$$

met  $m^*$  de oppervlaktemassa van de wand. De verdubbeling van de geluiddruk aan de wand is het gevolg van een totale reflectie van de geluidgolven aan een harde wand. Vervolgens wordt omgekeerd te werk gegaan: wanneer een oneindig uitgestrekte, buigslappe wand geëxciteerd wordt door een puntkracht, wordt door deze wand een geluidvermogen



3 Reverbererende ruimte

$$W' = \frac{\rho c k^2 F_2^2}{2\pi \omega^2 m^{*2}} \quad (7)$$

afgestraald. Dit geluidvermogen veroorzaakt een geluiddruk

$$P_{eff}^2 = W' \frac{4\rho c}{A} \quad (8)$$

in de reverbererende ruimte. De snelheid in het punt  $P_1$  van de te onderzoeken structuur is evenredig met de exciterende geluiddruk

$$v_1^2 = \beta P_{eff}^2 \quad (9)$$

$\beta$  is een maat voor de respons van de structuur op aanstraling door een reverbererend geluidveld. Toepassing van het reciprociteitsprincipe levert:

$$\frac{v_2^2}{F_1^2} = \frac{v_1^2}{F_2^2} = \frac{8\rho c \alpha}{\omega^2 m^{*2} A} = \frac{2\rho^2 c^2 k^2 \beta}{\pi \omega^2 m^{*2} A} \quad (10)$$

en dus

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{4\pi}{\rho c k^2} \quad (11)$$

De respons van een structuur op aanstraling door een diffuus geluidveld kan via bovenstaande formule dus afgeleid worden van de geluidafstraling van deze structuur bij puntkrachtexcitatie en omgekeerd. De formule (11) is onafhankelijk van de grootte, de vorm, de demping of enig andere eigenschap van de structuur. Bovendien is de formule niet gelimiteerd door structurele modevormen. Dit betekent dat, indien aan de enige voorwaarde van een diffuus veld is voldaan, bovenstaande formule gebruikt kan worden voor de vereenvoudiging van een groot aantal problemen. Dit gegeven is de basis voor een reeks interessante toepassingen zoals zal blijken uit het tweede deel van deze tekst.

**Relatie tussen licht- en contactgeluidisolatie**

Uitgaande van het bovenstaand verband tussen de respons en de geluidafstraling (11), kan ook het genormaliseerde klop geluidniveau gerelateerd worden aan de luchtgeluidisolatie van een structuur [1]. Opnieuw geldt de beperking dat alleen het frequentiegebied boven de coïncidentiefrequentie wordt beschouwd zodat  $\sigma = 1$  gesteld kan worden.

Het invallend vermogen op de scheidingswand tussen twee transmissiekamers is gelijk aan

$$P_i = \frac{\tilde{p}^2 S}{4\rho c} \quad (12)$$

Het geluidvermogen dat aan de andere zijde van de wand wordt afgestraald is

$$P_t = \tilde{v}^2 \rho c S \sigma = \tilde{v}^2 \rho c S \quad (13)$$

Zo kan gevonden worden dat

$$R = 10 \log \frac{P_t}{P_i} \text{ dB} = 10 \log \frac{\tilde{p}^2}{4\tilde{v}^2 \rho^2 c^2} \text{ dB} = 10 \log \frac{1}{4\rho^2 c^2 \beta} \text{ dB} \quad (14)$$

Het genormaliseerde kloopgeluidniveau wordt gedefinieerd als

$$L_N = 10 \log \frac{\tilde{p}_T^2 A}{\tilde{p}_0^2 A_0} \text{ dB} \quad (15)$$

Hierin zijn  $\tilde{p}_T^2$  en  $A$  respectievelijk de opgemeten geluiddruk en de totale absorptie van de ontvangruimte.  $\tilde{p}_T^2$  en  $A_0$  zijn gelijk aan de referentiewaarden  $A_0 = 10 \text{ m}^2$  en  $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ . De geluiddruk gegenereerd door de excitatie van een structuur met de kloopgeluidmachine is gelijk aan

$$\tilde{p}_T^2 = \frac{4\rho c P_t}{A} = \frac{4\rho c \alpha F_t^2}{A} \quad (16)$$

zodat

$$L_N = 10 \log \frac{4\rho c \alpha F_t^2}{\tilde{p}_0^2 A_0} \text{ dB} \quad (17)$$

Optellen van het bekomen kloopgeluidniveau (17) en de luchtgeluidisolatie (14) van dezelfde structuur, rekening houdend met vergelijking (11), leidt tot:

$$L_N + R = 10 \log \frac{k^2 F_t^2}{4\pi \tilde{p}_0^2 A_0} \quad (18)$$

Wat belangrijk is, is dat bovenstaande relatie weerom onafhankelijk is van de eigenschappen van de structuur. Gegeven dat de input impedantie van de structuur veel groter is dan de massa impedantie van de hamertjes van de klopmachine, kan de relatie (18) verder uitgewerkt worden. In dat geval kan  $F_t^2$  immers gemakkelijk bepaald worden. Per octaaf kan het vermogen van het krachtssignaal berekend worden als  $F_{\text{rms, octaaf}}^2 = 4 f_m 0.71 N^2$  zodat uiteindelijk, na het invullen van alle gekende waarden, (18) herleid wordt tot:

$$L_N + R = 38 + 30 \log f_m (\text{terts}) \quad (19)$$

$$L_N + R = 44 + 30 \log f_m (\text{octaaf})$$

De som van luchtgeluidisolatie en contactgeluidniveau is dus enkel afhankelijk van de frequentie.

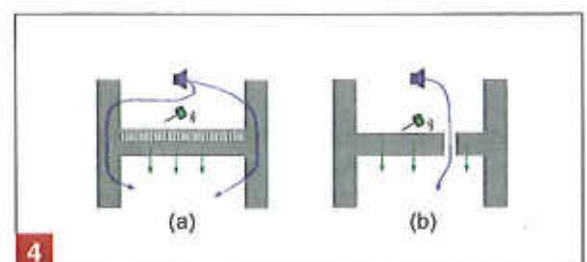
## TOEPASSINGSVOORBEELDEN

### Bouwakoestiek

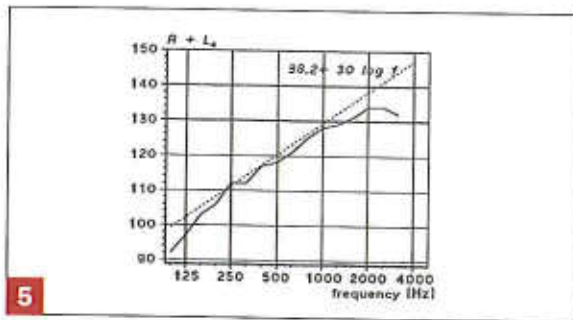
Zoals in het vorige hoofdstuk geconcludeerd, is de som van luchtgeluidisolatie en contactgeluidniveau onder bepaalde voorwaarden enkel afhankelijk van de frequentie. Deze kennis kan gebruikt worden om de luchtgeluidisolatie te bepalen uit het gemeten kloopgeluidniveau. Bij bepaalde constructies wordt het meten van luchtgeluidisolatie immers bemoeilijkt door de aanwezigheid van omloopgeluid of flankerende transmissie. Dit kan bijvoorbeeld het geval zijn bij vloerconstructies met verbeterde isolatie op basis van een elastisch gemonteerde zwevende dekvloer. Flankerende transmissie zal in dit geval immers de verbetering van de luchtgeluidisolatie beperken, terwijl er op het contactgeluidniveau geen invloed is. Bovenstaande somformule kan dan enerzijds gebruikt worden om de hoeveelheid flankerende transmissie te bepalen en anderzijds om uit het gemeten kloopgeluidniveau toch een idee te krijgen van de R-waarde van de vloerconstructie [6]. Dit wordt schematisch aangeduid in figuur 4(a). Ook bij de aanwezigheid van geluidlekken zal de somformule (19) niet meer opgaan. In de hoge frequenties zal de luchtgeluidisolatie immers afnemen, terwijl de invloed op de contactgeluidisolatie beperkt blijft, zie figuur 4(b).

In figuur 5 is het meetresultaat gegeven van een 12 cm dikke betonvloer gemeten in het laboratorium.

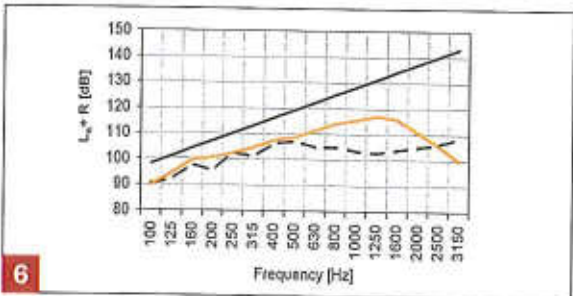
De som van de lucht- en contactgeluidisolatie volgt in dit geval zeer goed de theoretisch voorspelde rechte (19). In het laboratorium was dan ook geen sprake van geluidlekken of flankerende transmissie. Het tegenovergestelde wordt getoond in onderstaand meetresultaat uit de praktijk. In dit geval was er sprake van geluidlekken, wat de afbuiging van de gestippelde curve in de hoge frequenties verklaart. Nadat deze geluidlekken gedicht waren, werd de gekleurde curve gemeten. Deze volgt de theoretische helling beter. De verschuiving naar beneden kan dan weer een indicatie zijn van de aanwezigheid van flankerende transmissie. Als conclusie kan gesteld worden dat de somformule gebruikt kan worden als eenvoudig instrument om zowel flankerende transmissie te detecteren als de



4 Transmissie van luchtgeluid, contactgeluid en flankerende transmissie



5 Meting somformule in het laboratorium [10]



6 Meting somformule in de praktijk

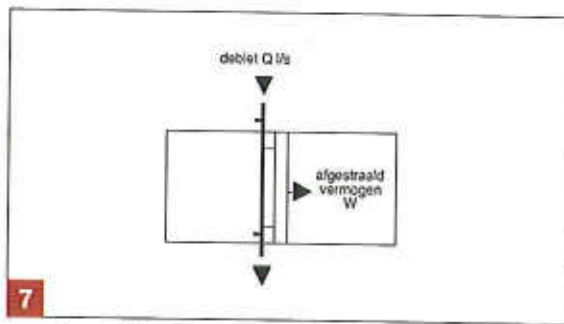
aanwezigheid van geluidlekken. Natuurlijk kan enkel een indicatie gegeven worden en moet er vervolgens bevestiging gezocht worden in het gebruik van snelheids- of intensiteitsmetingen. Niettemin kan de somformule gebruikt worden als een handige indicator, vermits lucht- en contactgeluidisolatie dikwijls allebei worden gemeten.

Een andere toepassing is het bepalen van de hoeveelheid afgestraald geluid afkomstig van afvoerleidingen in gebouwen [7]. Afvoerleidingen worden meestal met behulp van een aantal verbindingen, bij benadering puntverbindingen, aan een wand bevestigd. Wanneer door een dergelijke leiding een debiet stroomt, wordt een bepaalde kracht overgedragen op de wand. Via de verbindingen wordt de wand eigenlijk onderworpen aan een aantal puntlasten. De vraag is nu wat de afstraling is van de betreffende wand door deze puntkrachtexcitatie? Anders gezegd, wat is  $\alpha$  in vergelijking (4)?

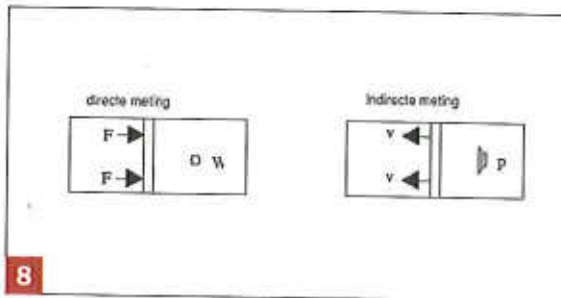
Het bepalen van  $\alpha$  is echter niet zo vanzelfsprekend. Zo moet het aangelegde krachtspectrum precies gekend zijn, moet de geluidbron op de juiste manier aan de structuur gekoppeld worden, ... Dit vraagt om goede experimentele ervaring.

Het indirecte, reciproke experiment is in dit geval veel eenvoudiger. Hiervoor wordt de wand langs de andere zijde aangestraald door een diffuus geluidveld en de snelheid  $V$  ter plaatse van de verbindingpunten gemeten. De kennis van het geluiddrukkniveau van het diffuse geluidveld en de kennis van deze snelheden levert de informatie om  $\beta$ , karakteristiek voor de respons van een structuur, te bepalen. Vergelijking (11) laat tenslotte toe om ook  $\alpha$  te berekenen.

In het frequentiegebied beneden de grensfrequentie zal de overeenkomst opnieuw minder goed zijn omdat het enkel voor frequenties hoger dan de grensfrequentie is dat de afstraalefficiëntie dezelfde is voor puntexcitatie als voor geluidexcitatie.



7 Structuurgeluid afkomstig van afvoerleiding



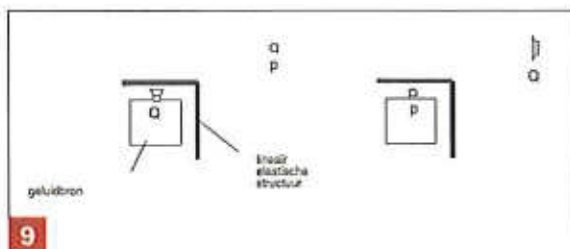
8 Directe en indirecte methode voor de bepaling van het afgestraald geluidvermogen afkomstig van een afvoerleiding

### Lawaalbeheersing

De relatie (11) vindt ook verschillende toepassingen in de lawaai-beheersing. In eerste instantie moet de nadruk erop gelegd worden dat de parameters  $\alpha$  en  $\beta$  afhankelijk zijn van de positie, wat natuurlijk van belang is wanneer men te maken heeft met inhomogene structuren. De relatie gaat pas op als A en B voor eenzelfde punt gemeten worden. Dit gegeven kan gebruikt worden om op een structuur de locaties te vinden die het minst gevoelig zijn voor puntkrachtexcitatie. Een wand wordt voorzien van een aantal trillingssensoren en vervolgens akoestisch geëxciteerd via een diffuus geluidveld. De plaatsen waar de kleinste snelheden (de kleinste waarden van  $\beta$ ) gemeten worden, zullen volgens het reciprociteitsprincipe ook het kleinste vermogen afstralen wanneer ze geëxciteerd worden door een puntkracht ( $\alpha$  is evenredig met  $\beta$ ). Dit zijn dus ook de geschikte plaatsen om trillingsproducerende machines te bevestigen, wil men de bijhorende lawaai-afstraling tot een minimum beperken. Deze procedure is zoals vermeld vooral interessant voor inhomogene structuren, zoals bijvoorbeeld scheepswanden [1].

Hetzelfde principe kan toegepast worden om te bepalen welke delen van een bepaalde structuur het meest bijdragen tot de lawaai-overlast om op die plaatsen in te grijpen. Het bepalen van de respons van de structuur kan ook sneller gebeuren m.b.v. een laser-vibrometer.

Ook het zuiver akoestische reciprociteitsprincipe wordt toegepast in de lawaai-beheersing. Zo bijvoorbeeld in de automobieliindustrie. Bandengeluid is een belangrijke bron van lawaai in het interieur van wagens. Bij metingen is het zeer moeilijk om de hoeveelheid luchtgeluid afkomstig van de banden te scheiden van het lawaai gegenereerd door de verbinding van de banden aan de wagen, zonder dat al de connecties worden ontkoppeld. Gemakkelijker is het dan om in het interieur



9 Meting van de transferfunctie ter voorspelling van bijvoorbeeld verkeerslawaai

van de wagen een omnidirectionele bron te plaatsen en m.b.v. microfoons op verschillende plaatsen vlak voor het bandenoppervlak de geluiddruk te meten, de reciprociteitstelling zegt immers dat bij omkering van bron- en ontvangstpositie de transferfunctie onveranderd blijft [2].

Lawaaioverlast afkomstig van wegverkeer kan aangepakt worden door het ingrijpen in de transferfunctie die de afgelegde weg karakteriseert van de geluidbron tot het menselijke oor. Het meten van zulke transferfuncties gebeurt meestal door het plaatsen van een kleine luidspreker op de werkelijke geluidbron en het uitzenden van een gekend geluidniveau. Automotoren, autobanden, autoveringen en andere lawaaibronnen bevinden zich meestal in kleine ruimtes. Wanneer in deze ruimtes ook nog een luidspreker geplaatst wordt, zal dit vanzelfsprekend een meetfout veroorzaken omdat de omgeving van de oorspronkelijke geluidbron hierdoor veranderd is. Vandaar dat het reciprociteitsprincipe ook hierin een toepassing vindt. Luidspreker en microfoon kunnen immers gewoon omgewisseld worden, zonder dat hierdoor de transferfunctie veranderd. Omdat een microfoon veel kleiner is, zal deze meetmethode meer nauwkeurige resultaten opleveren [8].

De vibroakoestische relatie kan ook in omgekeerde richting gebruikt worden. Door het meten van de geluidafstraling kan men schattingen maken van de trillingen waaraan bijvoorbeeld vliegtuigen, ruimtetuigen en nucleaire reactoren onderhevig zijn wanneer zij tijdens gebruik worden blootgesteld aan intense geluidvelden [9].

### CONCLUSIE

Bovenstaande reeks toepassingsvoorbeelden toont aan dat reciprociteit in veel gevallen gebruikt kan worden op een eenvoudigere, snellere en goedkopere manier dan via directe methodes. Bij experimentele bouwakoestische of lawaai beheersingsproblemen dient daarom altijd eerst

te worden nagegaan wat het principe van reciprociteit te bieden heeft alvorens grote inspanningen en geld verloren gaan.

### DANKBETUIGING

Dit werk maakt deel uit van het promotieonderzoek van dr. ir. Nathalie Geebelen tot het behalen van de graad van doctor in de Ingenieurswetenschappen aan de Katholieke Universiteit Leuven. Dit onderzoek is afgerond in mei 2008. Het bijhorende boekwerk is terug te vinden onder de referentie 'Geebelen, N., Structure-borne sound sensitivity of building structures – Assessment of the acoustic performances of multilayered structures by simulation and measurement techniques, Katholieke Universiteit Leuven, mei 2008'. De auteur dankt haar promotoren prof. dr. ir. G. Vermeir en prof. dr. W. Lauriks.

### BRONNEN

- ▶ [1] CREMER, L., HECKL, M., UNGAR, E.E., *Structure-Borne Sound*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1973, pp. 506-518
- ▶ [2] FAHY, F.J., *Some Applications of the Reciprocity Principle in Experimental Vibroacoustics*, Acoustical Physics, (2002), 49(2), pp. 217-229
- ▶ [3] ZHENG, J., FAHY, F.J., ANDERTON, D., *Application of a Vibro-Acoustic Reciprocity Technique to the Prediction of Sound Radiated by a motored IC Engine*, Applied Acoustics, (1994), 42, pp. 333-346
- ▶ [4] FAHY, F., *Sound and Structural Vibration - Radiation, Transmission and Response*, Academic Press, 1993, pp. 227
- ▶ [5] HECKL, M., RATHE, E.J., *Relationship between the Transmission Loss and the Impact-Noise Isolation of Floor Structures*, The Journal of the Acoustical Society of America, (1963), 35(11), pp. 1825-1830
- ▶ [6] VERMEIR, G., *Bouwakoestiek*, Acco, Leuven, 2001, pp. 73-76
- ▶ [7] FISHER, H.-M., FOCKE, K., *Application of Reciprocity for Calibration of Test Walls*, Meeting of CIB W 51 Acoustics, Eindhoven, 2000
- ▶ [8] MARUYAMA, S., AOKI, J., FURUYAMA, M., *Application of a reciprocity technique for measurement of acoustic transfer functions to the prediction of road vehicle pass-by noise*, The Journal of the Society of Automotive Engineers of Japan, (1997), Review 18, pp. 277-282
- ▶ [9] FAHY, F., *Sound and Structural Vibration - Radiation, Transmission and Response*, Academic Press, 1993, pp. 236-239
- ▶ [10] VERMEIR, G., *Bouwakoestiek*, Acco, Leuven, 2001, pp. 68-69